

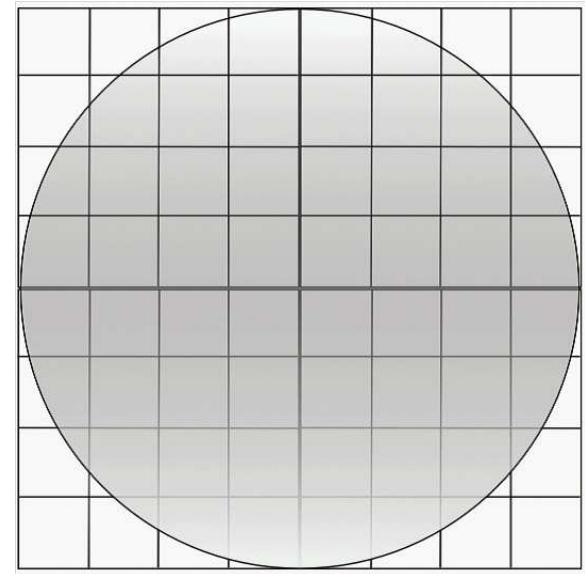
S-W近似による円盤領域の熱方程式を 解くためのアルゴリズム

金子 裕司

February 12, 2008

S-W近似とは

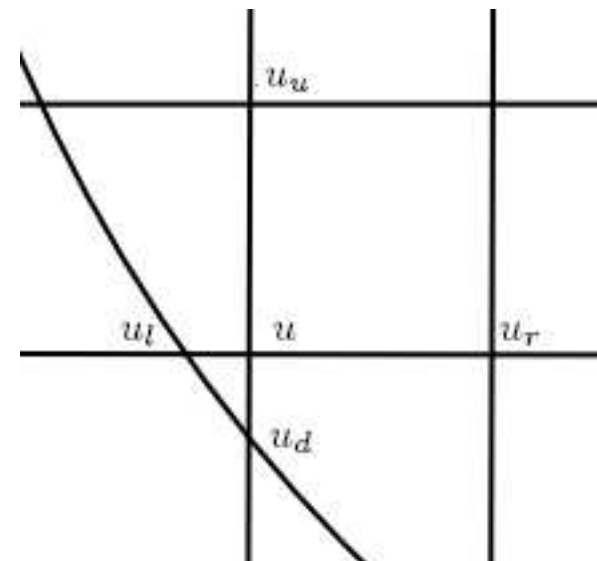
- 図形(どんな形でもいい)を差分格子で覆う
- 差分格子に境界が乗らないものがある
- 境界上に新しく格子点を定める
- 不等間隔格子点について差分法を行う



S-W近似の差分方程式

- 通常の差分方程式 (h は空間刻み幅)

$$\Delta u = \frac{1}{h^2}(u_u + u_d + u_r + u_l - 4u)$$

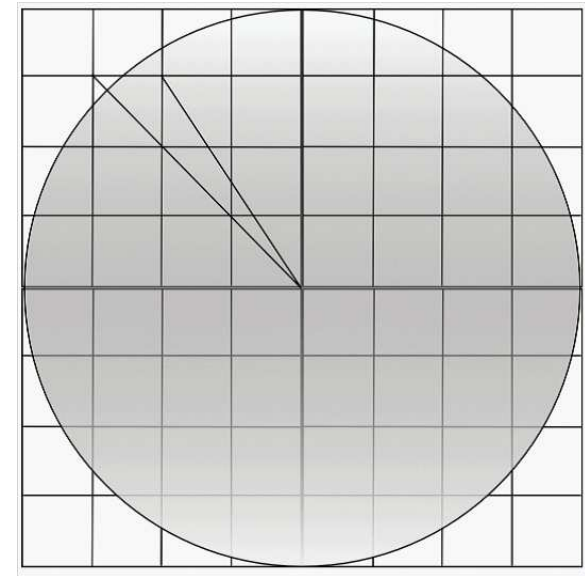


- S-W近似による差分方程式

$$\Delta u = \frac{2}{h_l + h_r} \left(\frac{u_r - u}{h_r} - \frac{u - u_l}{h_l} \right) + \frac{2}{h_u + h_d} \left(\frac{u_u - u}{h_u} - \frac{u - u_d}{h_d} \right)$$

境界判定アルゴリズム

- 原点との距離が半径よりも小さい 内部
- 原点との距離が半径よりも大きい 外部
- 各内部の点について、その隣の点が外部間に境界がある



境界の座標を調べる

- 差分方程式で使用するために境界の座標を調べる
- 座標から h_l などの u からの距離を求める

の安定性条件

通常差分近似での の条件

$$\tau \leq \frac{h^2}{4}$$

S-W近似での の条件

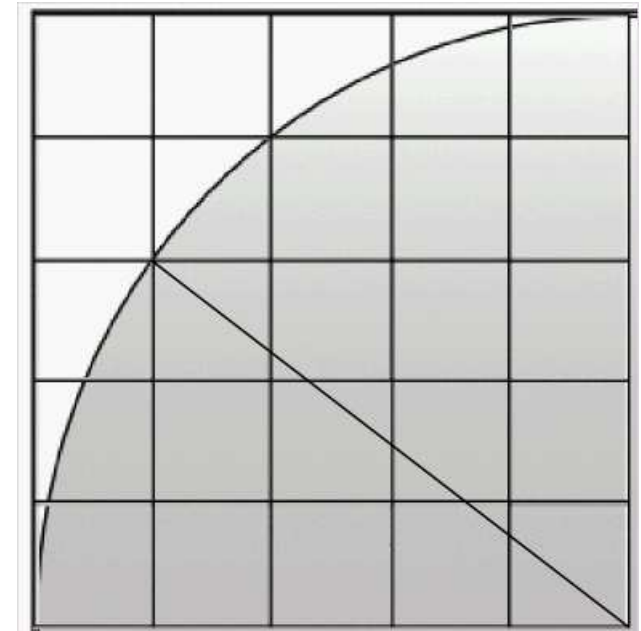
$$\tau \leq \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 h^2}{2(\varepsilon_1 \varepsilon_3 + \varepsilon_2 \varepsilon_4)}$$

今の場合、上下左右で高々2個しかはみ出さないので

$$\tau \leq \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 h^2}{2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$$

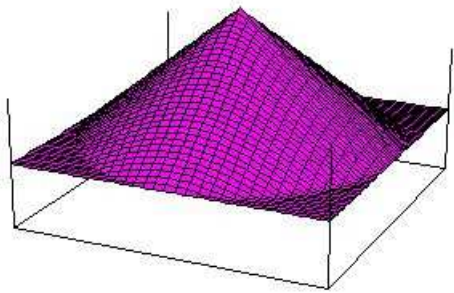
丸め誤差対策

- 丸め誤差の影響
 - ・ 特定の刻み幅で境界判定を間違える
 - ・ PCでは $3^2 + 4^2 = 5^2 - \alpha$ となっている
 - ・ 境界上の点が内部に入り込んでしまう
- 対策
 - ・ 判定に用いる半径を本当より小さくして境界を内部に入れない

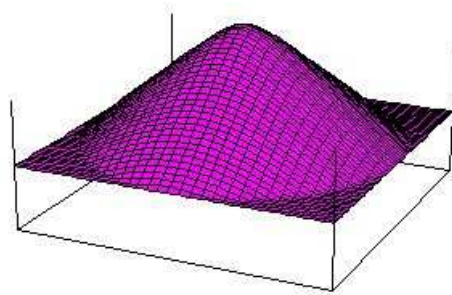


出力結果

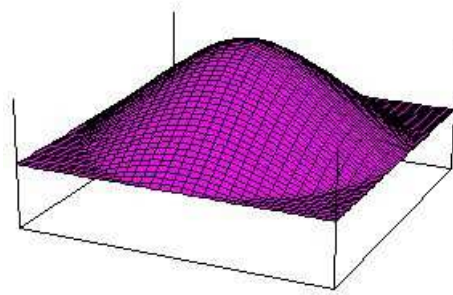
$N=30$ (領域全体 60 等分)



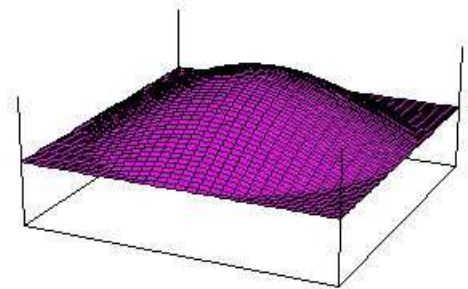
$t=0$



$t=0.001$



$t=0.005$



$t=0.02$

今後の展開