複素関数・同演習 宿題 No. 5 (2022 年 10 月 18 日出題, 10 月 25 日 13:30 までに PDF 形式で提出)

__年__ 組____番 氏名____________ (解答は裏面も使用可, A4 レポート用紙に書いても可)

問 5

(1) Ω は $\mathbb{C}$ の領域、$f\colon \Omega \to \mathbb{C}$ は正則、f の実部を u, 虚部を v とするとき、v は調和関数であることを示せ。(授業中に定理として、u が調和関数であることを証明した。それを真似すれば良い。)

(2) $\rho\ (0 \le \rho \le +\infty)$ が $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-c)^n$ の収束半径であるとはどういうことか説明せよ (「定義を述べよ」)。

(3) 次の冪級数 (a)–(e) の収束半径と収束円を求めよ。

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+1)^n}{(n+2)^3}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (4n)! z^n$ (c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^5}{6^n}(z+7)^n$ (d) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-8)^{9n+1}}{(-10)^n}$ (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} z^{n!}$