

\_\_年\_\_組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_ (解答は裏面も使用可, A4レポート用紙に書いても可)

**問7** (1)(d) と (3) は次回に回す。(1), (2) は等比級数の和の公式を利用して解答すること。

(1) 次の各関数を0のまわりで冪級数展開し、その収束半径を求めよ

$$(a) f(z) = \frac{1}{4-z} \quad (b) g(z) = \frac{4}{2z+3} \quad (c) h(z) = \frac{1}{(z-i)^2}$$

$$(d) \varphi'(z) = \frac{1}{4-z}, \varphi(0) = 1 \text{ を満たす } \varphi \quad (e) r(z) = \frac{5z^4 - 29z^3 + 39z^2 + 18z - 25}{z^3 - 7z^2 + 15z - 9}$$

Mathematica で  `Apart[ (5z^4-29z^3+39z^2+18z-25) / (z^3-7z^2+15z-9) ]` として部分分数分解検算可能.  
結果は  $\frac{2}{z-1} + \frac{1}{(z-3)^2} + \frac{4}{z-3} + 5z + 6$

(2)  $F(z) = \frac{1}{z+1}$  を  $-2$  のまわりで冪級数展開し、その収束円を求めよ。

(3)  $f''(z) = -f(z)$ ,  $f(0) = 2$ ,  $f'(0) = 3$  を満たす冪級数  $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$  とその収束半径を求めよ。