

複素関数・同演習 宿題 No. 3 (2023年10月11日出題, 10月17日(火)13:30 までに Oh-o! Meiji に提出)

__年__組__番 氏名_____ (解答は裏面も使用可, A4 レポート用紙に書いても可)

問3 (1) i の3乗根を求めよ。

(2) 以下の各 $f: \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ に対して、 f の実部・虚部 u, v を求めよ。(b) と (c) については、偏微分して、Cauchy-Riemann 方程式 $u_x = v_y, u_y = -v_x$ が成り立つことを確かめよ。

(a) $f(z) = z^4$ ($\Omega = \mathbb{C}$) (b) $f(z) = \frac{1}{z^2}$ ($\Omega = \mathbb{C} \setminus \{0\}$) (c) $f(z) = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$ ($\Omega = \mathbb{C}$)

```
f[z_]:=z^4
ComplexExpand[Re[f[x+I y]]]
ComplexExpand[Im[f[x+I y]]]
u[x_,y_]:=ComplexExpand[Re[f[x+I y]]]
v[x_,y_]:=ComplexExpand[Im[f[x+I y]]]
D[u[x,y],{x,y}]
D[v[x,y],{x,y}]

f[z_]:=1/z^2
Simplify[ComplexExpand[Re[f[x+I y]]]]
Simplify[ComplexExpand[Im[f[x+I y]]]]
u[x_,y_]:=Simplify[ComplexExpand[Re[f[x+I y]]]]
v[x_,y_]:=Simplify[ComplexExpand[Im[f[x+I y]]]]
Simplify[D[u[x,y],{x,y}]]
Simplify[D[v[x,y],{x,y}]]

f[z_]:= (Exp[I z]+Exp[-I z])/(2) あるいは f[z_]:=Sin[z]
Simplify[ComplexExpand[Re[f[x+I y]]]]
Simplify[ComplexExpand[Im[f[x+I y]]]]
u[x_,y_]:=Simplify[ComplexExpand[Re[f[x+I y]]]]
v[x_,y_]:=Simplify[ComplexExpand[Im[f[x+I y]]]]
Simplify[D[u[x,y],{x,y}]]
Simplify[D[v[x,y],{x,y}]]
```