

__年__組__番 氏名_____

問2 次にあげる \mathbb{R} の部分集合 A_j ($j = 1, 2, \dots, 10$) に対して、 $\sup A_j, \inf A_j$ を求めよ。

$$A_1 := (0, 1], \quad A_2 := \mathbb{N}, \quad A_3 := \mathbb{R}, \quad A_4 := \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}, \quad A_5 := \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}\},$$

$$A_6 := \left\{ (-1)^n \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}, \quad A_7 := \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 < 2\}, \quad A_8 := \left\{ \sin \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\},$$

$$A_9 := (0, 1) \cup (2, 3), \quad A_{10} := \{\tan^{-1} x \mid x \in \mathbb{R}\}.$$

(ただし \tan^{-1} は主値を表すとする。また、 $(0, 1], (0, 1), (2, 3)$ は \mathbb{R} の区間である。)

問2解答 簡単に出来るものは簡単にしてから (例えば $A_{10} = (-\pi/2, \pi/2)$)、図が描ければ図を描いて、どういう集合か把握し、上に有界ならば上限を求め、それを \sup とする。上に有界でないならば (上限は存在せず) $\sup = \infty$ である。inf についても同様。

$$\begin{aligned} \sup A_1 = 1, \inf A_1 = 0, \sup A_2 = \infty, \inf A_2 = 1, \sup A_3 = \infty, \inf A_3 = -\infty, \sup A_4 = 1, \\ \inf A_4 = 0, \sup A_5 = \infty, \inf A_5 = 1, \sup A_6 = \frac{1}{2}, \inf A_6 = -1, \sup A_7 = \sqrt{2}, \inf A_7 = -\sqrt{2}, \\ \sup A_8 = \sin 1, \inf A_8 = 0, \sup A_9 = 3, \inf A_9 = 0, \sup A_{10} = \frac{\pi}{2}, \inf A_{10} = -\frac{\pi}{2}. \blacksquare \end{aligned}$$