

__年__組__番 氏名_____ (解答は何ページでも可. 1つのPDFにして提出)

- (1) 次の各関数 f について、定義域 $X(\subset \mathbb{R})$ と終域 $Y(\subset \mathbb{R})$ を適当に小さく取って、 $g: X \rightarrow Y$, $g(x) := f(x)$ ($x \in X$) で定まる関数 g が全単射であるようにせよ。ただし X はなるべく幅の大きな区間を選ぶこと。 X, Y が一通りに定まらない場合は、どれか1つ見つけて答えれば良い。
- (a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ ($x \in \mathbb{R}$) (c) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin x$ ($x \in \mathbb{R}$)
- (2) $f: X \rightarrow Y, A \subset X, B \subset Y$ とする。 $f(A), f^{-1}(B)$ の定義を記せ。それぞれ何と呼ばれるか。
- (3) $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ を $f(x) = \sin x$ ($x \in [-\pi, \pi]$) で定めるとき、以下の間に答えよ。
- (a) f の逆写像 f^{-1} は存在しない。その理由を述べよ。
- (b) $f\left(\left\{\frac{\pi}{2}\right\}\right), f(\{0, \pi\}), f\left(\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]\right), f^{-1}\left(\left\{\frac{1}{2}\right\}\right), f^{-1}(\{2\}), f^{-1}\left(\left[\frac{1}{2}, 2\right]\right)$ を求めよ (f を含まない式で表せ)。