

数理リテラシー 宿題 No. 8 (2023年6月28日出題, 7月3日 13:30 Oh-o! Meiji に提出)

__年__組__番 氏名_____ (解答は何ページでも可. 1つのPDFにして提出)

(1) 以下の各関数 (高校数学ルールで $f(x)$ の式だけ書いてある) について、定義域 (X と書くことにする) と値域 $f(X)$ を答えよ。ただし、実数の範囲だけで考える (虚数は考えない) ことにする。

(a) $f(x) = 2x + \frac{3}{x}$ (b) $f(x) = \log \sqrt{x}$ (c) $f(x) = e^{-x^2}$

(2) 次の各写像の値域を求めよ。

(a) X, Y は集合で、 $\emptyset \neq X \subset Y$ を満たすとき、 $i: X \rightarrow Y, i(x) = x (x \in X)$ で定めた i .

(b) X, Y が空でない集合のとき、 $\text{pr}_X: X \times Y \rightarrow X, \text{pr}_X((x, y)) = x ((x, y) \in X \times Y)$ で定めた pr_X .

注意 普通は $\text{pr}_X((x, y))$ を $\text{pr}_X(x, y)$ と略記する。以下の (c) でも同様。

(c) $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, g(x, y) = (y, x) ((x, y) \in \mathbb{R}^2)$ で定めた g .

(d) X を空でない集合、 $A \subset X$ とするとき、 $\chi_A: X \rightarrow \mathbb{R}, \chi_A(x) = \begin{cases} 1 & (x \in A) \\ 0 & (x \in X \setminus A) \end{cases}$ で定めた χ_A . (注: 解答には場合分けが必要になります。慎重に考えて下さい。)