

多変数の微分積分学 1 練習問題 No.10 (2011年7月7日出題, 月 日提出)

__年16組__番 氏名_____

問10 次の行列が正值であるか、負値であるか、不定符号であるか、そのどれでもないか、判定せよ。

$$\begin{array}{llll}
 (1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & (2) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} & (3) \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & (4) \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \\
 (5) \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} & (6) \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} & (7) \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} & (8) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 (9) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} & (10) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} & (11) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & (12) \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \\
 (13) \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} & & &
 \end{array}$$

追加 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. (後者は特性多項式が $\lambda^3 - 6\lambda^2 - 2\lambda + 24$ で、これは不還元の場合なので、Cardano の公式でも虚数の3乗根が現れる。 $\det A_1 = 1 > 0$, $\det A_2 = -2 < 0$, $\det A_3 = -24 < 0$ なので…)